Université de Parakou
******
École Nationale de Statistique, de Planification et de Démographie (ENSPD)
****
Master en Statistiques Économiques et Sociales

Cours : ANALYSE DU MOUVEMENT D'UNE POPULATION

Par : Mouftaou AMADOU SANNI
Démographe, Ph.D.
Professeur Titulaire

<u>CHAPITRE</u> 1 : OUTILS D'ANALYSE DU MOUVEMENT D'UNE POPULATION

1.1. LE TEMPS EN DÉMOGRAPHIE

Le temps est une variable très importante en démographie. L'état d'une population change au cours du temps. Par ailleurs, les événements démographiques sont enregistrés de façon instantanée et les phénomènes démographiques associés s'étudient au cours du temps. En conséquence, en démographique, il y a deux types de temps : le temps sous la forme d'un instant ou d'une date et le temps sous la forme d'une période écoulée.

En ce qui concerne la durée écoulée ou la période d'observation, l'unité élémentaire de temps d'observation utilisée en démographie est **l'année civile** sous cette forme. On distingue trois types de durée d'observation ou trois types de temps en démographie à savoir : le temps en année exacte, le temps en année révolue et le temps en année millésime.

- <u>La durée exacte</u> : est la longueur exacte de la période d'observation par exemple, l'âge exacte d'un individu est la longueur totale de temps écoulé entre la date de naissance de cet individu et la date de mesure de l'âge.

- <u>La durée révolue</u> : est le nombre d'unité élémentaire de temps écoulé au cours de la période d'observation. Exemple : l'âge révolu d'un individu est le nombre total d'année civile complexe vécu par cet individu depuis sa naissance. Autrement dit, c'est l'âge atteint par cet individu à son dernier anniversaire.
- <u>La durée en différence de millésime</u> est la différence entre l'année de mesure et l'année de départ ou l'année de début d'observation.

<u>**Exercice**</u>
Déterminer l'âge exact au 1er juin 1991 des personnes nées :
01/ Au 1er/03/1986 02/ Au 27/12/1990 03/ En 1988
04/ Le 13 août 1957 05/ En août 1957
Déterminer l'âge en année révolue au 1er juin 1991 des personnes nées :
06/ Au 1er/03/1986 07/ Au 27/12/1990 08/ En 1988
09/ Le 13 août 1957 10/ En août 1957
Déterminer l'âge en en différence de millésime au 1er juin 1991 des personnes nées :
11/ Au 1er/03/1986 12/ Au 27/12/1990
13/ En 1988 14/ Le 13 août 1957
15/ En août 1957

1.2. LE DIAGRAMME DE LEXIS

Le diagramme de LEXIS est un système d'axe rectangulaire qui permet de préciser comment se combinent les mesures de temps, en termes de calendrier et de temps en termes de durée écoulée depuis un événement antérieur. C'est donc un système d'axe matérialisant un plan orthonormé ayant en abscisse les dates des événements et en ordonnée les durées écoulées depuis un événement antérieur. Le repère est orthonormé pour faciliter la lecture du diagramme.

C’est une technique de repérage graphique des événements démographiques et des effectifs de population selon la durée écoulée depuis l’événement origine, la date et la période d’observation dans une cohorte de référence. Le diagramme de LEXIS illustre la correspondance entre le temps et les âges. En démographie, l’analyse longitudinale et l’analyse transversale peuvent se visualiser facilement grâce à un diagramme de Lexis.

Le diagramme de Lexis est un des outils les plus précieux ; une bonne compréhension de sa construction et de son utilisation est un préalable indispensable à tout effort visant à la maîtrise de l’analyse démographique.

Les données utilisées en démographie et localisées sur le diagramme de Lexis relèvent de deux catégories principales :

- **les évènements démographiques** affectant les individus (naissances, décès, migrations, mariages…) ;
- **les effectifs d’individus** ayant des caractéristiques communes en matière d’âge, notamment d’une même génération

La vocation première du diagramme de Lexis est de visualiser ces données en les localisant sur une figure à deux axes ce qui permet de comprendre les relations qui existent entre elles. En conséquence, on pourra déterminer la nature exacte des indices calculables au départ des données disponibles ou, au contraire, exclure certains types de calculs.

Le diagramme de Lexis tire une partie de sa spécificité du fait que, bien qu’il ne comporte que deux axes, ***il permet le recours à trois coordonnées***. Dans sa version la plus habituelle, l’axe des abscisses supporte le temps (calendrier) et celui des ordonnées, l’âge. Ces deux axes dessinent un diagramme cartésien des plus classiques. Toutefois, sur ce diagramme, une troisième coordonnée s’utilise également, ***à savoir le moment ou l’année de naissance***.

Si les coordonnées en temps ou instant qu’est la date (en abscisse) et en âge ou anniversaire (en ordonnée) se traduisent de manière tout à fait habituelle par des perpendiculaires à leurs axes respectifs, la coordonnée ***du moment de naissance va engendrer des diagonales***, chacune étant ***une ligne de vie*** qui montre l’évolution de l’âge en fonction du temps pour une date de naissance donnée d’un individu donné.

Pour un emploi aisé, le diagramme de Lexis est complété par des réseaux de droites : les horizontales qui délimitent les âges révolus ; les verticales qui délimitent les années et les obliques qui délimitent les générations (ou cohortes). Cette façon de le présenter peut se dénommer "diagramme muet" dans le sens où il est prêt à recevoir les données à localiser.

EN RESUME

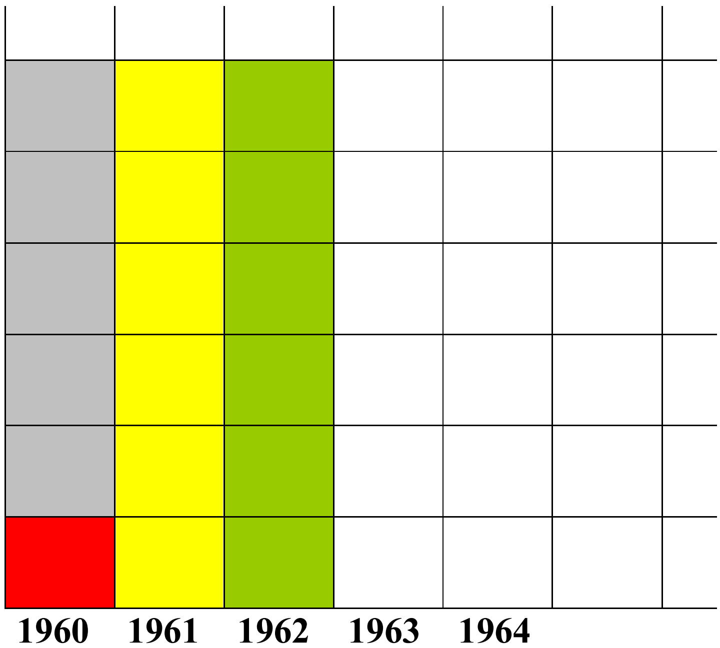
Le diagramme de Lexis se compose de deux axes : l’axe des abscisses est dévolu au temps que sont des instants ou des dates (conventionnellement repérées aux 1ers janvier) et celui des ordonnées, à l'âge (repéré aux anniversaires). Comme dans tous les diagrammes cartésiens, ces coordonnées se traduisent par des perpendiculaires à leur axe respectif ; c'est ce qui permet, via l'intersection de ces droites, de localiser un élément en fonction des valeurs prises par les deux coordonnées présentes sur les axes.

Le diagramme de Lexis se singularise par la possibilité de recourir à une 3e coordonnée pour localiser un élément ; il s'agit du moment de naissance (donc la génération) qui prend place sur l'axe des abscisses ; attention, cette dernière coordonnée se traduit non plus par des perpendiculaires à l'axe, mais bien par des obliques. ***Et donc, le diagramme de Lexis est un diagramme à 2 axes, mais à 3 coordonnées***. Par ailleurs, chacune de ces 3 coordonnées peut prendre un visage soit ponctuel (ce qui se traduira par des demi-droites ***horizontales, verticales et obliques*** pour la localisation sur le diagramme), soit d'intervalle (ce qui se traduira par des couloirs ***horizontaux, verticaux et obliques*** pour la même fonction de localisation).

Enfin, pour faciliter l'utilisation effective du diagramme de Lexis, il est vivement conseillé d'ajouter aux deux axes des réseaux de droites soulignant des valeurs remarquables des coordonnées :

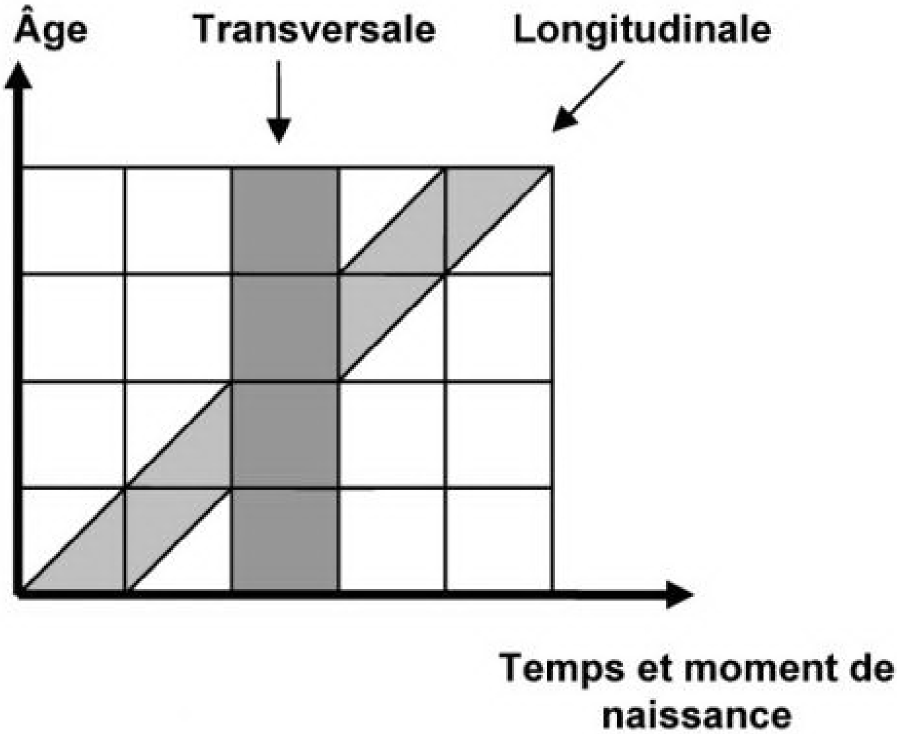
- Des horizontales séparant les âges révolus ;
- Des verticales séparant les années du calendrier ;
- Des obliques séparant les générations.

Le diagramme de Lexis est un allié bien utile pour lever les hésitations éventuelles par rapport au moment de référence (l'âge ***exact,*** l'âge ***révolu)***.



Lexis est un mathématicien allemand qui a proposé une représentation figurée extrêmement commode des événements dans le temps
A l'intérieur de cette figure, on peut facilement suivre la biographie d'un individu de sa naissance à sa mort.

Quelques illustrations du diagramme de Lexis



N.B : Les âges sont en ordonnées :

- Les années civiles (i.e. les dates du 1er janvier) sont en abscisse ;

- Les effectifs se reportent sur des axes ou segments verticaux lorsqu'ils sont en années révolus ou sur des axes ou segments horizontaux s'ils sont en âges exacts (ou anniversaires) ;

Les quatre exemples de figures géométriques que l'on peut extraire du diagramme de Lexis se présentent comme suit :

- ***carrée (un âge révolu, une année, deux générations)***
- ***parallélogramme forme 1 appelé parallélogramme horizontal (un âge révolu, une cohorte connue, deux années)***
- ***parallélogrammes forme 2 appelé parallélogramme vertical (deux âges révolus, une cohorte connue, une année)***
- ***triangle (un âge révolu, une année civile et une génération***)

Le couloir vertical de l'année

Une année

Tout ce qui se produira durant l’année 2003 doit se localiser dans le couloir vertical indiqué figure 1 ou son prolongement, pour localiser des évènements au-delà de l’âge de 5 ans

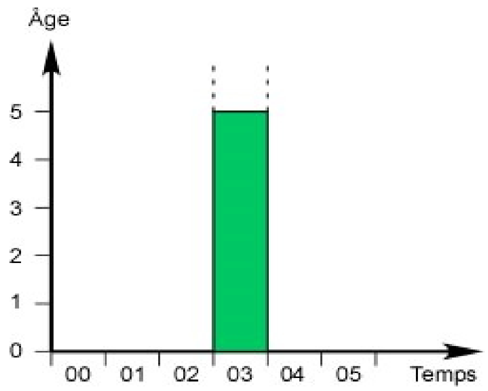


Figure 1

Le couloir horizontal de l'âge révolu

Un âge révolu

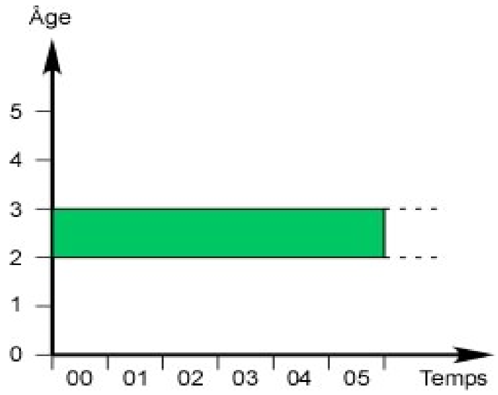


Figure 2

Tout ce qui se produira à <u>2 ans révolus</u>, soit entre 2 et 3 ans exacts (en excluant la ligne du 3e anniversaire) se localisera dans le couloir horizontal de la figure 2, ou son prolongement, quand on aura dépassé l’an 2005.

Le couloir oblique de la génération

Une génération

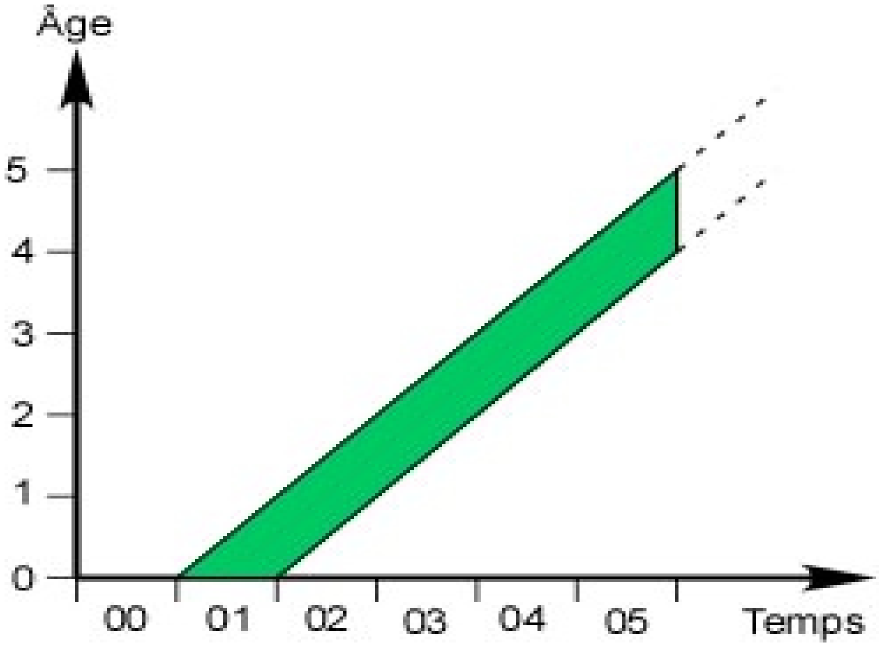


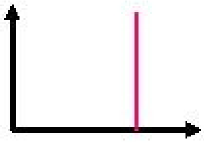
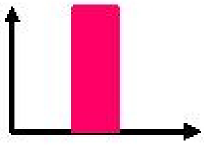
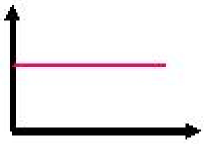
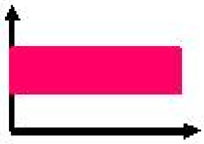
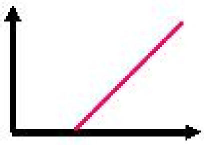
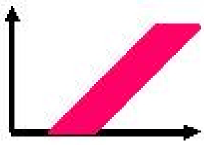
Figure 3

Finalement, tout ce qui se produira pour des individus nés en 2001 (qui forment la génération ou cohorte 2001) doit se localiser dans le couloir oblique de la figure 3 ou son prolongement.

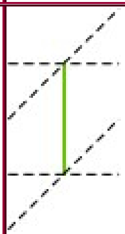
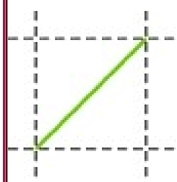
Résumé et tableau récapitulatif

En résumé, sur un diagramme de Lexis, trois coordonnées s'utilisent, à savoir le **temps (date ou année civile), l'âge (révolu ou anniversaire) et le moment de naissance (génération ou ligne de vie)** ; chacune peut prendre tour à tour une forme ponctuelle ou d'intervalle et se matérialiser soit pas des lignes, pour la forme ponctuelle, soit par des couloirs, pour la forme d'intervalle (*cf.* tableau 1). Ce tableau peut vous servir de test avant d'aller plus avant dans le chapitre à propos du diagramme : la moindre hésitation à bien le comprendre semble indiquer que votre compréhension de la construction du diagramme n'est pas optimale.

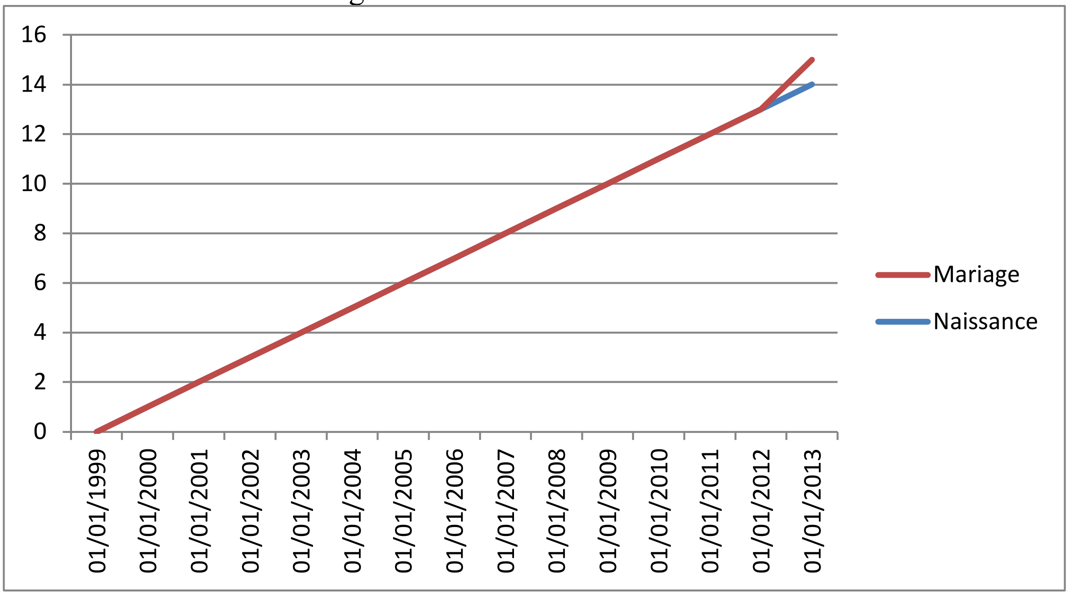
Tableau 1 ***: Coordonnées sur le diagramme de Lexis - Récapitulatif***

Coordonnée	« ponctuelle »	« intervalle »
Temps	Date 	Année 
Âge	Exact 	Révo. 
Moment de naissance	Date 	Année 

Types de segment

Horizontal	Vertical	Oblique
		

<u>Exemple</u> : Représentons sur un diagramme de LEXIS la naissance d'un enfant le 1er Mars 1999 et la date de son mariage le 23 Avril 2013.



Que retenir ?

Le diagramme de LEXIS a pour premier intérêt de matérialiser graphiquement les événements survenus dans la vie d'un individu, tout au long, donc entre sa naissance et son décès. Cette matérialisation correspond à un segment de droite dont les extrémités sont la naissance et le décès de chaque individu. Il est appelé ligne de vie. Ainsi, la ligne de vie d'un individu est un segment de droite porté par la première bissectrice qui retrace l'ensemble des événements qui ont jalonné la vie de cet individu. Mais il convient de remarquer ou de noter que dans un diagramme de LEXIS, les lignes de vie sont des demi-droites dont les origines sont portées par l'axe des abscisses.

Conventionnellement dans un diagramme de LEXIS, les points repères sont les 1ers janviers ou les 31 décembre.

Dans un diagramme de LEXIS :

**** Deux lignes de vie correspondant à deux premiers janviers consécutifs déterminent une cohorte ou une génération. Ainsi dans un diagramme de LEXIS, les cohortes ou générations sont matérialisées par des bandes ou couloirs obliques.***

**** Les demi-droites verticales correspondent à des dates c'est-à-dire les premiers janviers***

**** Deux demi droites verticales consécutives détermine une bande (ou couloir) verticale qui correspond à une année civile.***

**** Une demi-droite horizontale correspond à une durée exacte (ou anniversaire)***

**** Deux demi-droites horizontales consécutives déterminent une bande (ou couloir) horizontale qui correspond à une durée révolue***

**** Un parallélogramme vertical est un parallélogramme dont deux côtés parallèles sont verticaux. Il correspond aux événements démographiques enregistrés dans une cohorte ou une génération au cours d'une année civile. C'est l'intersection d'une cohorte d'une année révolue et d'une année civile. C'est l'intersection d'une cohorte, d'une année révolue et d'une année civile.***

**** Un parallélogramme horizontal est un parallélogramme dont deux des côtés parallèles sont horizontaux. Il correspond aux événements démographiques enregistrés dans une cohorte à un âge révolu donné et au cours de deux années civiles. C'est donc l'intersection d'une cohorte, d'une année révolue et de deux années civiles.***

**** Un carré est le parallélogramme dont les côtés sont verticaux et horizontaux. Il correspond aux événements démographiques enregistrés dans deux cohortes à un âge révolu donné et au cours d'une année civile. C'est donc l'intersection de deux cohortes d'une durée révolue et d'une année civile.***

Enfin :

**** Un triangle dans un diagramme de LEXIS correspond aux événements démographiques enregistrés dans une cohorte à un âge révolu donné et au cours d'une année donnée. C'est donc l'intersection d'une cohorte, d'une durée révolue et d'une année.***

<u>Exercice</u> : *Dans une population, on enregistre 9504 décès dans la génération de 1960 au cours de la 1ère année de naissance. Il en est de même dans la génération de 1963 où on enregistre 5628 décès au cours de cette année de 1963. Si l'on suppose que le nombre total de naissance enregistré en 1960 et en 1963 est de 100.000 pour chacune de ces deux années et qu'en 1960 on a enregistré 1/10ème des naissances sorties de la population et puis 2310 naissances entrées dans la population. Quel est l'effectif de la génération de 1960 au 1er janvier 1961. Portez toutes ces données sur un diagramme de LEXIS.*

1.3. INDICATEURS DU MOUVEMENT D'UNE POPULATION

Un des premiers stades de l'*analyse* en démographie consiste à diviser des *effectifs* d'individus ou d'*événements* par d'autres effectifs d'individus ou d'événements. Les *indicateurs* ainsi obtenus sont des taux ayant des noms divers.

<u>Rappelons que</u> :

Lorsqu'il s'agit de rapport d'effectifs d'individus par un autre effectif d'individus, il s'agit généralement d'indicateur d'État de population. Cet indicateur peut être une proportion ; mais, autrement, c'est un taux si cette proportion est exprimée en pour 100 (%). Dans ce cas, l'effectif au numérateur est celui d'une sous-population de la population-mère dont l'effectif est au dénominateur.

Plus simplement :

- **proportion** quand on divise une partie par le tout
- **pourcentage** désigne une proportion pour cent

Cet indicateur peut être un rapport de l'effectif au numérateur d'une population, par l'effectif d'une population différente au dénominateur. Dans ce cas, il s'agit d'un ratio ou rapport qui peut être exprimé en une quelconque puissance de 10 (Exemples : Rapport Enfants/Femme ; Rapport de masculinité exprimé en %, etc.).

En analyse du mouvement d'une population, on calcule également, et très souvent, le rapport d'effectif d'événements démographiques par des effectifs d'individus/personnes, ou par des effectifs d'événements, ou encore, par des effectifs d'années-personnes. Dans ce cas, le résultat obtenu est un taux de mouvement de population qui prend divers noms selon le cas. Ces taux interviennent à l'occasion de l'analyse des phénomènes démographiques associés aux événements démographiques concernés par le rapport. On distingue :

1.3.1. Intensité et Calendrier d'un phénomène démographique

L'analyse démographique dans sa dimension dynamique classique a pour objectif de décrire la manifestation des phénomènes démographiques d'intérêt dans une population ou dans une cohorte à travers deux indicateurs : l'« ***intensité*** » et le « ***calendrier*** » du phénomène.

Précisons que l'intensité et le calendrier représentent en fait une synthèse de la manifestation du phénomène sur l'ensemble de la vie des individus concernés. Idéalement, ***ces mesures devraient s'opérer à « l'état pur » ;*** *c'est-à-dire, comme si le phénomène d'intérêt agissait seul sur la population à l'exclusion de l'influence de tout phénomène perturbateur.* ***Intensité et calendrier à l'état pur, telle est la quête du démographe quand il étudie un phénomène***.

1.3.1.1. Intensité d'un phénomène démographique

L'intensité est le premier indicateur calculé dans l'analyse d'un phénomène démographique. Elle est calculée pour mesurer une fois le phénomène totalement observé dans la population ou dans la cohorte. C'est le rapport du nombre total d'événements enregistrés ou survenus au cours de la période d'observation dans la population par l'effectif initial de cette cohorte. L'effectif initial est l'effectif de la population en début de la période d'observation. L'intensité est généralement noté I ; si l'on désigne par e l'effectif total d'événements enregistrés au cours d'une période dans une population d'observation et par N l'effectif initial, alors : $\mathbf{I} = \frac{e}{N}$.

I = nombre moyen d'événements démographiques enregistrés par individu de la population ou dans la cohorte à l'issue de l'observation

N = effectif de la population observée au début de la période d'observation dans la population ou dans la cohorte

Exercice 5 : Dans une cohorte de femmes en âge de procréer, on enregistre 3718 naissances vivantes à l'issue de la période de vie génésique de ses femmes. Déterminer l'intensité de la fécondité dans cette cohorte de femmes sachant que l'effectif de ces femmes à 15 ans est de 738.

Réponse : Calculons l'intensité de la fécondité de femmes en âge de procréé
Le phénomène étudié est la fécondité.

L'événement est la naissance avec $e = 3718$ et $N = 738$.

$\mathrm{I} = \frac{e}{N}$ donc $\mathrm{I} = \frac{3718}{738} = 5{,}03$ **Dans cette cohorte, les femmes ont chacune 5,03 enfants en moyenne**.

Exercice : Dans une génération féminine de 100.000 naissances vivantes, 52% atteignent leur 15ème anniversaire. Au cours de la vie génésique de ces femmes, les statistiques établissent qu'une femme a en moyenne 5 enfants.

1- Quelle est l'intensité de fécondité de ces femmes ?

2- Déterminer le nombre total de naissances vivantes mises au monde par ces femmes à l'issue de leur vie génésique.

3- Sachant que 40% des naissances totales ont été enregistrées entre le 25ème et 35ème anniversaire, calculer :

a) - l'effectif des naissances entre le 25ème et le 35ème anniversaire.

b) - l'intensité de la fécondité avant le 25ème anniversaire sachant que les naissances avant le 25ème anniversaire correspondent à 52% des naissances totales.

c) - l'intensité de la fécondité après le 35ème anniversaire. Que pensez-vous de la fécondité de ces femmes ?

1.3.1.2. Calendrier d'un phénomène démographique

Le calendrier d'un phénomène démographique dans une cohorte est la distribution des événements démographiques associés à ce phénomène selon les unités élémentaires de temps d'observation de ce phénomène tout au long de la période d'observation de ce phénomène. Plus concrètement, l'établissement du calendrier d'un phénomène démographique dans une cohorte consiste à décomposer la période d'observation en unités élémentaires de temps d'observation puis à déterminer le pourcentage d'événements démographiques enregistrés dans chaque unité élémentaire d'observation. Il se calcule après observation complète du phénomène au cours de la période d'observation.

Calendrier Durée :

$0 \rightarrow \frac{6}{15}$

$1 \rightarrow \frac{3}{15}$

$3 \rightarrow \frac{1}{15}$

$7 \rightarrow \frac{3}{15}$

$8 \rightarrow \frac{3}{15}$

$10 \rightarrow \frac{2}{15}$

Dans la pratique, le temps d'observation est décomposé en année civile car en démographie, l'unité conventionnelle élémentaire d'observation est l'année civile. En conséquence, les éléments du calendrier correspondent aux années d'âges c'est-à-dire, le temps écoulé entre deux anniversaires consécutifs quelconque x et $x+1$. L'élément du calendrier est noté $\alpha(x, x+1)$.

Si l'on désigne par e^x, le nombre d'événements enregistrés entre les anniversaires x et $x+1$, alors $\alpha(x,x+1)=\dfrac{e^x}{\sum_x e^x}$

Exercice : Dans une génération, on enregistre 10 décès entre la naissance et le 3ème anniversaire. Sachant que les 4 premiers décès ont été enregistrés au cours de la première année de naissance et que 5 décès ont été enregistrés entre le 1er et le 2ème anniversaire. Calculer :

1- l'intensité de la mortalité au cours des trois premières années d'existence
2- l'intensité de la mortalité avant un an, dans la 2ème année, et la 3ème année d'existence.
3- le calendrier de la mortalité de cette génération avant le 3ème anniversaire.

1.3.2. Taux de « première catégorie » et Taux de « Deuxième Catégorie »

En raison de la variété d'emploi du mot taux, certains auteurs ont créé des expressions destinées à distinguer diverses sortes de taux : taux de première catégorie, taux de deuxième catégorie, ou à remplacer le mot taux par une expression comme événements réduits, qui diffèrent souvent des taux courants du même genre par l'emploi d'un diviseur différent.

En analyse du mouvement d'une population, les taux sont généralement exprimés en pour mille (notation ‰), ou, pour quelque autre puissance de dix. Il convient de noter que les mots "taux de" sont quelquefois sous-entendus. Exemple : Une natalité de 20 ‰ équivaut à un taux de natalité de 20 pour mille (sous-entendu : habitants).

La *fréquence relative* d'un ***événement non-renouvelable*** est parfois considérée comme une mesure expérimentale de sa **probabilité** d'apparition. Ceci revient à présumer que l'événement en question représente un **risque** auquel sont soumis tous les individus constituant le groupe en cause, lesquels sont dits **exposés au risque**. Lorsque le risque auquel sont exposés les divers éléments d'une population est d'intensité très variable, on s'efforce de se rapprocher des conditions idéales d'**homogénéité** où chaque individu serait soumis à un risque identique, en fractionnant la population en groupes moins **hétérogènes** par rapport au risque, c'est-à-dire à l'intérieur desquels la *variabilité* du risque est moins grande que dans la population totale. Les taux calculés pour de tels groupes sont parfois appelés **taux spécifiques**, ou **taux spécialisés**, par opposition aux **taux généraux** (ex. taux bruts) calculés pour l'ensemble de la population.

Certains *indices d'analyse* jouent un rôle privilégié parce qu'ils sont utilisés dans la construction des *indices synthétiques* : il en est ainsi des **taux par âge**, des **taux par groupe d'âges**, des **taux par durée** écoulée depuis un **événement origine**, mariage ou naissance précédente par exemple ; il en est ainsi également des **quotients**. Les *taux* parfois appelés **taux centraux** sont obtenus en divisant le nombre d'événements d'une année ou d'une période, le plus souvent de cinq ans, soit par la **population moyenne**, soit par le nombre de **personnes-années** de cette année ou de cette période, ce nombre étant la somme des temps de présence, exprimés en années, des diverses personnes du groupe observé.

On distingue les **taux du moment** des **taux de cohorte**, dont les **taux de génération** constituent une catégorie particulière.

Les quotients sont obtenus en divisant le nombre d'*événements non renouvelables* d'une année ou d'une période par l'effectif de la *cohorte* considérée au début de cette année ou de cette période, corrigé au besoin pour éliminer l'influence perturbatrice d'autres phénomènes.

Le nombre de personnes-années vécues par la population est égal au produit de la population moyenne par la durée de cette période. Lorsque la durée d'exposition est d'un an, cette dimension annuelle est parfois omise.

Le terme **« central »** rappelle qu'un taux de mortalité est proche de la valeur de la force de mortalité ou taux instantané à l'âge central du groupe d'âge incriminé.

Nombre d'*indices* utilisés en démographie sont intimement liés à une certaine **période d'observation**. Tel est notamment le cas de la plupart des *taux*. On les dénomme **taux annuels** lorsqu'ils sont calculés sur la base des observations effectuées pendant une année, et **taux moyens annuels** ou **taux annuels moyens**, lorsque leur calcul repose sur la moyenne des données recueillies pendant plusieurs années consécutives. Les taux calculés sur une période plus courte que l'année sont généralement **ramenés à l'année** en les multipliant par un facteur convenable. On considère aussi des **taux instantanés**, ou des **quotients instantanés**, définis comme la limite vers laquelle tend un taux, ou un *quotient*, ramené à l'unité de temps, lorsque la période d'observation tend vers zéro.

Le **quotient instantané de mortalité** est la limite du rapport ${}_nq_x$: n quand n tend vers zéro ; on l'appelle aussi **taux instantané de mortalité**.

Le **quotient perspectif de mortalité** est la probabilité qu'ont les individus d'une même génération ou d'un même groupe de générations de mourir entre deux 1er janvier. Le nom de ce quotient vient de son emploi dans le calcul des perspectives de population. Le complément à un du quotient de mortalité ${}_nq_x$ est la **probabilité de survie** de l'âge exact x à l'âge exact x + n. De manière analogue, le complément à un d'un quotient perspectif de mortalité est une **probabilité perspective de survie** d'un 1er janvier à un autre. Ces probabilités de survie ont aussi été appelées **coefficients de survie**.

<u>CHAPITRE 2</u> : ANALYSE DÉMOGRAPHIQUE LONGITUDINALE

L'analyse longitudinale est une méthode générale d'analyse démographique qui étudie l'occurrence d'événement associé à un phénomène démographique dans une cohorte donnée. Cette méthode d'analyse est encore appelée analyse par cohorte ou analyse par génération ou par promotion. L'analyse longitudinale se fonde essentiellement sur l'observation de la fréquence d'apparition des événements associés au phénomène étudié dans le temps et dans une cohorte bien spécifique. Pour faire une analyse longitudinale correcte, il faut observer le phénomène étudié à l'état pur, c'est-à-dire, qu'il faut éliminer les effets des phénomènes perturbateurs.

On distingue fondamentalement deux outils développés en analyse longitudinale : <u>**le quotient**</u> (ou la probabilité d'extension d'une cohorte), puis, <u>**le taux d'exposition au risque**</u> de vivre (ou d'être affecté par) un événement dans une cohorte au cours d'une période donnée d'observation appelée période de référence.

2.1. LE QUOTIENT D'UN PHÉNOMÈNE DÉMOGRAPHIQUE

Le quotient d'un phénomène démographique dans une cohorte n'est rien d'autre que la probabilité qu'un individu de cette cohorte, exposé au risque de cet événement, vive, ou soit affecté, par cet événement au cours d'une période d'observation donnée. Ainsi, au cours d'une période d'observation donnée, le quotient d'un phénomène est le rapport du nombre total d'événements enregistrés dans cette cohorte au cours de cette période d'observation par le nombre total des individus de cette cohorte exposé au risque de vivre ou d'être affecté par les événements associés. Dans la pratique, le quotient se calcule par unité élémentaire de temps d'observation, généralement une année civile (c'est-à-dire entre deux anniversaires consécutifs).

Entre deux anniversaires consécutifs x et $x+1$:

- L'effectif des individus exposés aux risques entre x et $x+1$ est noté S_x.

- Le nombre total d'événement enregistré entre x et $x+1$ est noté ${}_1e_x$.
- Le quotient du phénomène entre x et $x+1$ est noté ${}_1q_x$.

$$\boxed{{}_1q_x = \frac{{}_1e_x}{S_x}}$$

${}_1q_x$ est la probabilité qu'un individu quelconque, parmi les S_x individus (i.e. survivants à l'anniversaire x) vive ou subisse l'événement démographique associé au phénomène démographique étudié entre l'anniversaires x et l'anniversaire $x+1$.

${}_1q_x$ est <u>**toujours**</u> exprimé pour mille.

<u>Exemple</u> : Lors d'une enquête sur la fécondité dans un pays, on enregistre chez 17 000 femmes à 15 ans, 450 premières naissances vivantes. Pour 13 302 femmes, on enregistre 1203 premières naissances vivantes à 18 ans. Calculer dans cette population, la

probabilité d'avoir une première naissance à 15 ans, puis, le quotient de primo-fécondité à 18 ans.

Résultat

1) *La probabilité d'avoir une première naissance à 15 ans*

$${}_1q_{15} = \frac{450}{17000} = 264{,}70‰$$

2) *Quotient de primo-fécondité à 18 ans*

$${}_1q_{18} = \frac{1203}{13302} = 90{,}43‰$$

***Remarque* : Le quotient d'un phénomène étant une probabilité, sa valeur est toujours comprise entre 0 et 1. En conséquence, il n'est pas calculable dans le cas des phénomènes démographiques auquel sont associés des événements renouvelables. Par exemple, il est calculable pour la mortalité et les phénomènes démographiques d'un rang donné (premier mariage, naissance de rang k, ou, migration de rang k).**

2.2. LE TAUX D'EXPOSITION AU RISQUE

C'est le rapport, au cours d'une période d'observation, dans une cohorte donnée, du nombre total d'événements enregistrés par le temps total d'années-personnes vécues d'exposition au risque, au cours de cette période d'observation.
Dans une cohorte, si nous désignons S_x l'effectif des individus exposés au risque d'un événement entre deux anniversaires x et $x+1$.
S_x est l'effectif des survivants au phénomène étudié à l'anniversaire x.

À l'anniversaire $x+1$, S_{x+1} est l'effectif des survivants à l'anniversaire $x+1$. ***Ce sont les individus qui n'ont pas vécu l'événement associé au phénomène étudié entre les deux anniversaires x et $x+1$***

Le temps total d'année-personne vécue, par définition, est la somme des temps de survie de chacun des S_x individus entre les deux anniversaires x et $x+1$. **C'est le temps total d'exposition (ou la somme des temps d'exposition de chacun) des S_x individus au phénomène démographique étudié au cours de l'année d'observation délimitée par x et x+1**.

Entre les deux anniversaires x et $x+1$ la durée d'exposition au risque est de un (01) an pour chacun des S_{x+1} individus survivants à l'anniversaire $x+1$.
Donc

Le temps total d'années-personnes vécues (temps total de survie au phénomène étudié) par les survivants à l'anniversaire $x+1$ est égal à l'effectif des survivants à l'anniversaire $x+1$
Donc, ce temps total est égal à S_{x+1}

Supposons que les individus ayant vécu l'événement entre x et x+1 l'ont subi au milieu de la période d'observation.
Cela suppose que chacun des individus ayant vécu l'événement a été exposé au risque de cet événement pendant 0,5 année.
Le temps total d'années-personnes vécues par ses individus est : 0,5 année multipliée par e_x
soit : 0,5× e_x

On suppose, par ailleurs, que le phénomène étudié est un phénomène auquel sont associés des événements non renouvelables, alors : $\boldsymbol{e_x = S_x - S_{x+1}}$

En conséquence, : le temps total d'années–personnes vécues est égal à :

$$\mathbf{TT} = \frac{1}{2}\,(\boldsymbol{S_x + S_{x+1}})$$

Le temps total d'années-personnes vécues (TT) par l'ensemble des individus entre x et $x+1$ est égal à :

$\mathbf{TT} = \boldsymbol{S_{x+1}} + \frac{1}{2}\,(\boldsymbol{S_x - S_{x+1}})$ **soit :** $\boxed{TT = \frac{1}{2}\,(S_x + S_{x+1})}$

Le taux d'exposition au risque du phénomène étudié est noté ${}_1t_x$ et est égal à :

$${}_1\boldsymbol{t_x} = \frac{\mathbf{1}\boldsymbol{e_x}}{\mathbf{TT}} \quad \textbf{soit :} \quad \boxed{{}_1t_x = \frac{1e_x}{\frac{1}{2}\,(S_x + S_{x+1})}}$$

Ce taux a une dimension annuelle et s'exprime en pour mille (‰).

<u>Exemple</u> : Dans une cohorte de 100 naissances vivantes on enregistre 4 décès avant le premier anniversaire. Calculons le taux d'exposition au risque de décéder entre la naissance et le premier anniversaire dans cette cohorte.

<u>Résultat</u> :

$S_0 = 100$; $S_1 = 100 - 4$ $S_1 = 96$

${}_1e_0 = 4$; ${}_1t_0 = \frac{1e_0}{\frac{1}{2}\,(S_0+S_1)} = \frac{4}{\frac{1}{2}\,(100+96)}$

${}_1t_0 = \frac{4}{98} =$ *0,04081 puisque ce taux doit s'exprimer en pour mille alors*

${}_1t_0 =$ *40,81‰*

Calculons le quotient de mortalité au cours de la première année de cette cohorte

On a donc : ${}_1q_0 = \frac{1e_0}{S_0} = \frac{4}{100}$ *= 0,04 = 40‰*

<u>Remarque</u> : Le taux d'exposition au risque est un taux d'analyse du mouvement d'une population. C'est pourquoi il est exprimé en pour mille.

<u>IMPORTANT À RETENIR</u>

*Une **mesure est dite longitudinale** lorsqu'elle résulte du suivi d'une population dans le temps (par analyse **longitudinale**) en fonction d'un évènement de départ. Par exemple, on étudiera les divorces dans la promotion de mariages (évènement de départ) de 1967. On considèrera alors les mariages célébrés ou consentis en 1967 et on organisera leur suivi dans le temps de façon à quantifier les divorces en termes de taux d'exposition au risque ou de quotient du divorce. L'analyse longitudinale consiste donc à suivre ou à reconstituer dans la durée les événements auxquels est soumise une génération déterminée.*

Quand on a les données, l'analyse longitudinale est plus simple, plus précise et plus conforme à l'intuition. Mais, d'une manière générale, elle est difficile à réaliser ; car, les données sont plus difficiles à collecter. Par exemple, pour la natalité, la principale difficulté c'est le temps. Il faut attendre très longtemps avant d'avoir des données complètes de cohortes de femmes au cours de leur vie génésique. En effet, considérant les femmes en cours de vie féconde, on peut *connaitre leur parité, mais difficile d'estimer leur descendance finale, c'est-à-dire, combien d'enfants elles auront eu à la fin de leur vie féconde. On ne peut pas prévoir l'avenir. On n'a donc des données à peu près complètes pour une génération de femme que lorsque ces femmes ont dépassé la cinquantaine.*

***Exercice* :**
Dans une génération féminine de 100.000 naissances vivantes, 52% atteigne leur 15ème anniversaire. Au cours de la vie générique de ces femmes, les statistiques établissent qu'une femme a eu en moyenne 5,03 enfants. Déterminer le nombre total de naissance vivante mise au monde par ses femmes à l'issue de leur vie générique. Sachant que 40% des naissances totales ont été enregistrées avant le 25ème et 35ème anniversaire. Calculer :

a) Le nombre total de naissance enregistré après le 35ème anniversaire.
b) L'intensité de la fécondité avant le 25ème anniversaire.
c) L'intensité de la fécondité entre 25 et 35ème anniversaire.
d) L'intensité de la fécondité après le 35ème anniversaire.

Que pensez-vous de la fécondité de ces femmes ?

2.3. LES TAUX DE « PREMIÈRE CATÉGORIE »

Ce sont les taux qui rapportent le nombre d'événements démographiques à une population réellement soumise au risque de cet événement. Par exemple :

- Les mariages de célibataires,
- Les premières naissances des femmes nullipares
- Etc.

C'est le cas aussi des taux de fécondité par âge et par rang de naissance obtenus en divisant le nombre de naissances d'un rang donné par le nombre d'années-vécues dans l'intervalle d'âge considéré par ceux qui n'ont pas d'enfant de ce rang.

Remarque :

Les calculs de ces taux ne sont pas toujours faciles à cause des autres événements qui entrent en concurrence avec les événements d'intérêt en les empêchant (p.ex. mariage et décès) ou en les perturbant (p.ex. mariage et migration).

Exercice : On convertit le taux de première catégorie en quotient. Effectuez cette opération dans une analyse longitudinale régulière, c'est-à-dire, celle dans laquelle les unités élémentaires de temps d'observation sont annuelles déterminées par deux anniversaires consécutifs. Quelles sont les expressions de taux convertis en quotient si les unités élémentaires d'observation sont quinquennales entre anniversaires.

2.4. TAUX DE « SECONDE CATÉGORIE »

On calcule les taux de « seconde catégorie » en rapportant le nombre d'événements démographiques à l'effectif de la population soumise au risque de cet événement ou non. Plus souvent à la population totale. On les appelle encore **« les événements réduits ».** Il inclut la population soumise ou non au risque du phénomène étudié dans l'intervalle du temps d'observation.

Exemple : taux de fécondité par âge et rang de naissance obtenu en divisant le nombre de naissances de rang donné par la totalité des années vécues dans un intervalle d'âge.

Les taux de « seconde catégorie » peuvent déformer fortement une image réelle des processus démographiques.

2.5. INTERFÉRENCES ENTRE PHÉNOMÈNES DÉMOGRAPHIQUES DANS UNE COHORTE

Le principe fondamental de l'**analyse démographique** est d'étudier les phénomènes démographiques à État pur. Mais très généralement, la satisfaction de cette exigence expose immédiatement le démographe analyste à une difficulté majeure. C'est que, les phénomènes étudiés ne sont jamais observés isolément. Les phénomènes étudiés sont perturbés par des phénomènes parasites : *la migration perturbe 1'étude de la mortalité d'une génération ; la mortalité perturbe **l'étude** de la nuptialité des célibataires ; ou de la fécondité des mariées, etc. Ces perturbations sont bien entendues réciproques : la mortalité perturbe l'étude des migrations, la nuptialité perturbe l'étude de la mortalité des célibataires, etc.*

Examinons, phénomène par phénomène, le calcul des quotients de phénomènes à l'état pur dans une analyse longitudinale ; c'est-à-dire, en éliminant les effets des phénomènes perturbateurs. Le quotient calculé à l'État pur peut être converti ensuite en quotient.

2.5.1. Quotient de mortalité

Le quotient de mortalité entre deux anniversaires consécutifs x et x+1 dans une génération mesure la probabilité qu'ont les personnes de cette génération survivantes à l'anniversaire x de décéder avant d'atteindre l'anniversaire x+1 suivant. À l'État pur, il est noté ${}_1q_x$ et est obtenu en rapportant le nombre des décès D(x, x+1) intervenus entre les deux anniversaires x et x+1 à l'effectif Sx

Soit que : ${}_1q_x = \dfrac{D(x, x+1)}{S_x}$

Pour éliminer les perturbations par les migrations, par exemple, on doit supposer que les migrants ont **le même risque de décéder que les sédentaires, i.e. ceux qui n'ont pas migré ; c'est l'<u>hypothèse d'indépendance</u>.**

Par ailleurs, on suppose que les événements (décès et migrations) sont répartis (ou intervenus) de manière uniforme entre les deux anniversaires déterminons la période d'observation ; c'est l'**<u>hypothèse de répartition uniforme des événements</u>**. **Cette hypothèse d'uniformité** proposée revient à supposer que les migrations ont lieu, en moyenne, en milieu de période.
En conséquence, si :

I(x, x+1) = Effectif des immigrations entre les anniversaires x et x+1

E (x, x+1) = Effectif des émigrants entre les anniversaires x et x+1

Alors :

${}_1q_x$* I(x, x+1) /2 = effectif de décès probables d'immigrants

${}_1q_x$* E (x, x+1) /2 = effectif de décès probables d'émigrants empêchés

Ainsi,

En l'absence des migrations (émigration et immigration) les décès enregistrés auraient été :

D(x, x+1) - ${}_1q_x$* I(x, x+1) /2 + ${}_1q_x$* E (x, x+1) /2 =
D(x, x+1) + ${}_1q_x$ [E (x, x+1) - I(x, x+1)] /2

Le quotient de mortalité corrigé, c'est-à-dire, à l'État pur entre les deux anniversaires x et x+1 est alors :

$$
\begin{aligned}
{}_1q_x &= \frac{D(x,x+1) - {}_1q_x \times I(x,x+1)/2 + {}_1q_x \times E(x,x+1)/2}{S_x} \\
&= \frac{D(x,x+1) + {}_1q_x \times [E(x,x+1) - I(x,x+1)]/2}{S_x}
\end{aligned}
$$

Ceci revient à rapporter <u>les décès observés aux personnes qui subissent effectivement le risque de décéder</u>. Ce quotient à l'état pur peut être transformé en taux d'exposition au risque de mortalité ; il donne le taux d'exposition au risque de mortalité à l'État pur.

D'une manière générale

Si la période d'observation dans la génération est de n années civiles, c'est-à-dire, entre les anniversaires x et x + n, alors :

I(x, x+n) = Effectif des immigrations entre les anniversaires x et x+n

E (x, x+n) = Effectif des émigrants entre les anniversaires x et x+n

Alors :
${}_nq_x$* I(x, x+n) /2 = effectif de décès probables d'immigrants
${}_nq_x$* E (x, x+n) /2 = effectif de décès probables d'émigrants empêchés

Ainsi, en l'absence des migrations (émigration et immigration) les décès enregistrés auraient été :

$$D(x,x+n) - {}_nq_x \times I(x,x+n)/2 + {}_nq_x \times E(x,x+n)/2 = D(x,x+n) + {}_nq_x \times [E(x,x+n) - I(x,x+n)]/2$$

Le quotient de mortalité corrigé, c'est-à-dire, à l'État pur entre les deux anniversaires x et x+n est alors :

$$ {}_nq_x = \frac{D(x,x+n) - {}_nq_x \times I(x,x+n)/2 + {}_nq_x \times E(x,x+n)/2}{S_x} $$
$$ = \frac{D(x,x+n) + {}_nq_x \times [E(x,x+n) - I(x,x+n)]/2}{S_x} $$

Si n = 5, alors

$$ {}_5q_x = \frac{D(x,x+5) - {}_5q_x \times I(x,x+5)/2 + {}_5q_x \times E(x,x+5)/2}{S_x} $$
$$ = \frac{D(x,x+5) + {}_5q_x \times [E(x,x+5) - I(x,x+5)]/2}{S_x} $$

TRÈS IMPORTANT
L'émigration ou l'immigration dépendent de causes multiples, dont, le mariage, le divorce, etc. C'est pourquoi, en analyse de la mortalité, les deux phénomènes perturbateurs ne sont que l'émigration et l'immigration.

Exercice :

Montrer que : $ {}_5q_x = \frac{D(x,x+5)}{S_x - I(x,x+5) + E(x,x+5)/2} $

2.5.2. Quotient de primo-nuptialité

Le quotient de primo-nuptialité entre anniversaires mesure la probabilité qu'ont les personnes célibataires à l'anniversaire inférieur x de se marier avant d'atteindre l'âge final d'observation x+n.

Le quotient de primo-nuptialité entre l'anniversaire x celui x+n est obtenu en rapportant les premiers mariages (ou mariages de célibataires) N(x, x+n) intervenus au cours de cette période d'observation à l'effectif des célibataires de cette génération à l'anniversaire initial Cx.

Cette primo nuptialité peut être perturbée par les décès et les migrations. Sous les hypothèses d'indépendance et de répartition uniforme formulées comme ci-dessus, la démarche est la même que dans le cas de la mortalité perturbée par les migrations.

Ainsi, on obtient, en absence de mortalité et des migrations, au cours des n années d'observation, *l'effectif de mariages* de célibataires suivant :

N*(x, x+n)* + *D*(*x, x+n*) nη*x/ 2* –*I* (*x, x+n*) nη*x/2* +*E* (*x, x+n*) nη*x/ 2* ***Où***

N*(x, x+n)* = mariages effectivement enregistrés entre x et x+n;

D(*x, x+n*) nη*x/ 2* = mariages empêchés par les décès de célibataires*;*

E (*x, x+n*) nη*x/ 2* = mariages empêchés par l'émigration de célibataires *;*

I(*x, x+5*) 5η*x/ 2* = mariages dans la génération d'immigrants célibataires

Alors, le quotient ou la probabilité pour un célibataires de se marier est :

$$ {}_n\eta_x = \frac{N(x,x+n) + {}_n\eta_x \cdot D(x,x+n)/2 - {}_n\eta_x \cdot E(x,x+n)/2 + {}_n\eta_x \cdot I(x,x+n)/2}{C_x} $$

D'où on tire :

$$ \begin{aligned} {}_n\eta_x &= \frac{N(x,x+n)}{C_x - D(x,x+n)/2 + I(x,x+n)/2 - E(x,x+n)/2} \\ &= \frac{N(x,x+n)}{C_x - D(x,x+n)/2 + [I(x,x+n) - E(x,x+n)]/2} \end{aligned} $$

L'effectif de célibataires Cx exposé au risque de se marier entre les anniversaires x et x+n, est corrigé par les immigrations, les émigrations et les décès de célibataires au cours de la période d'observation en y ajoutant la moitié du solde migratoire dans la génération au cours de la période et en y soustrayant la moitié des décès *D*(x, x+n) enregistrés dans la génération au cours de la période. On fait l'hypothèse que les migrations et les décès se répartissent également (ou uniformément) tout au long de ces n années d'observation.

Remarque : *Les quotients de primo-nuptialité sont calculés entre les anniversaires compris entre 18 et 50 ans pour les hommes et entre 15 et 50 ans pour les femmes. La probabilité pour un célibataire de se marier avant le cinquantième anniversaire (i.e.* 18η*50 pour les hommes et* 15η*50 pour les femmes) permet d'estimer le nombre de célibataires qui se marient dans une génération.* ***Le complément à 1 correspond à la probabilité de célibat définitif****, ou encore,* ***taux de célibat définitif*** *dans une génération.*

2.5.3. Quotient de fécondité par rang de naissance

Rappelons que lorsque l'on affecte un rang à un événement démographique non renouvelable, alors cet événement devient non renouvelable ; c'est le cas des naissances par rang (1, 2, 3, 4, …….i, ….., k). dans ce cas, on peut calculer, pour chaque rang de naissance, les quotients de naissance de chaque rang, en présence des phénomènes perturbateurs que sont la mortalité et les migrations comme précédemment dans le cas du premier mariage.

2.6. LES TABLES DÉMOGRAPHIQUES

2.6.1. La table de fécondité

Nous avons vu comment nous pouvons suivre un ensemble d'hommes ou de femmes nés une année donnée et enregistrer les décès successifs, ce qui permet d'établir la table de mortalité de cette cohorte. De même, nous pouvons noter les effectifs des enfants auxquels ils donnent naissance année après année. Nous obtenons ainsi la "table de fécondité".

Il suffit de suivre une cohorte de femmes de 15 jusqu'à 50 ans pour avoir une description complète de son comportement procréateur. **Les données fournies par l'état civil**

permettent de calculer chaque année le nombre des enfants auxquels ont donné naissance les femmes de cette cohorte, regroupées par âge ou par groupes d'âge. En divisant par le taux des femmes survivants à ces âges, nous obtenons le "taux de fécondité F_a.

Si nous additionnons l'ensemble de ces taux, nous obtenons le nombre d'enfant qu'auraient eu, en moyenne, les femmes de cette cohorte si leur mortalité avait été nulle. Tel n'a évidemment pas été le cas. Pour caractériser la façon dont elles ont assuré le renouvellement de leur génération, il faut additionner les nombres réels moyens de naissances, produits du taux F_a par le taux de survie S_a.

L'ensemble de ces données est présenté dans une table de fécondité dont voici deux exemples où $n(a, a+5)$ est le nombre d'effectif de naissances chez les femmes survivantes à cette tranche d'âge et où F_a est le nombre de naissances de 1000 femmes de cette tranche d'âge.

Table de fécondité d’un pays une année donnée

Âge n	**Effectif des femmes survivantes**	**Effectifs des naissances** $n(a,a+5)$	**Taux de Fécondité ‰**
15	672	91	135,4
20	645	464	719,4
25	616	589	956,2
30	587	475	809,2
35	558	328	587,8
40	528	153	289,8
Total	3606	2100	

Par exemple, sur 1.000 filles nées une année donnée ***et en se plaçant dans une approche longitudinale,*** 645 ont atteint l'âge de 20 ans et ont eu 464 enfants entre 20 et 25 ans. L'intensité de la fécondité est mesurée par le nombre de naissances qu'auraient des femmes survivantes de cet âge :

464/645=719,4‰

Pour faire le calcul sur l'ensemble de tous les âges il suffit de prendre le rapport du nombre d'enfants sur le nombre initial de femmes. On l’appelle le taux global de fécondité et s’élève ici à :

2100 /3606=582,4‰

Descendance finale

La descendance finale se mesure dans chaque génération : c'est tout simplement le nombre moyen d'enfants que les femmes de *cette génération ont eu à la fin de leur vie féconde*. En d’autres termes c’est le nombre moyen d'enfants mis au monde par les femmes appartenant à une même génération, lorsqu'elles parviennent en fin de vie féconde (en pratique à 50 ans).

C'est la somme des taux de fécondité par âge d'une génération.

La descendance finale est un indicateur longitudinal

Exercice : soit le tableau ci-dessus donnant la répartition des naissances des douze derniers mois selon l'âge de la mère

Age de la mère	**Effectif des femmes**	**Naissances des 12 derniers mois**
15-19 ans	331267	28865
20-24 ans	320432	73030
25-29 ans	303966	79206
30-34 ans	221737	49407
35-39 ans	183081	30186
40-44 ans	138696	13105
45-49 ans	101251	4893
TOTAL	1600430	278692

Soit une génération des femmes selon les groupes d'âges et par rapport à l'année de recensement
En supposant que ces données proviennent d'une et même cohorte (approche longitudinale), calculer :

- Calculer les taux spécifiques de fécondité de ces femmes ;
- la descendance atteinte à chaque groupe d'âge ;
- la descendance finale de ces femmes au terme de leur vie féconde ;
- la contribution de la descendance atteinte à chaque groupe d'âge par rapport à la descendance finale.
- Représenter graphiquement ces contributions selon le groupe d'âge.

Commenter

2.6.2. La table de Nuptialité

Taux de première catégorie et analyse de la (primo) nuptialité basée sur la durée du célibat (tables de primo nuptialité)

Soit ${}_{n}Mf1_{x}$ le nombre de premiers mariages des femmes à l'âge x entre x et x+n enregistré durant l'année t ;

${}_{n}Mh1_{x}$ le nombre de premiers mariages des hommes à l'âge x entre x et x+n enregistré durant l'année t ;

${}_nCf_x$ la population moyenne de femmes célibataires à l'âge x entre x et x+n pour l'année t;

$Ngf1_x$ le taux de mariage par âge de sexe féminin (de première catégorie) pour l'année t :

$$Ngf1_x = \frac{{}_nMf1_x}{{}_nCf_x} \times 100$$

On peut convertir ce taux (de première catégorie) en probabilité comme dans le cas de mortalité, en supposant que l'influence de la mortalité est négligeable :

$${}_nN_x = \frac{2 \times n \times Ngf1_x}{2 + n \times Ngf1_x}$$

Où ${}_nN_x$ est la probabilité pour une célibataire de se marier dans un intervalle d'âge (x; x+n) ou une proportion des célibataires qui se marient dans cet intervalle d'âge.

${}_n\gamma_x = 1 - {}_nN_x$ la probabilité de rester célibataire dans l'intervalle d'âge x et x+n, alors γ_x est une proportion de célibataires à l'âge exact x :c'est un produit des probabilités conditionnelles.

$$\gamma_x = \prod \left(1 - {}_nN_x\right)$$

La probabilité de rester célibataire au 50è anniversaire est le célibat définitif

Exercice

Soient les informations ci-dessous relatives aux célibataires d'une localité donnée.

1) Déterminez le nombre de mariage de la table selon les âges ;
2) La probabilité de rester célibataire dans l'intervalle d'âge
3) Calculer l'âge moyen de primo nuptialité ;
4) Le niveau du célibat définitif

Age révolu x	**Probabilité de se marier (quotient)** xNx	**Nombre de célibataire** Cx	**Nombre de mariages de table 5bx**	**Probabilité de rester célibataire dans l'intervalle d'âge**
15	0,244	10 000	10 000*0,244=2 440	1
20	0,704	10 000-2 440=7 560	7 560*0,704=5 322	**1 x (1-0,244)=0,7560**
25	0,535	7 560-5 322=2 238	2 238*0,535=1 197	**0.7560 x (1-0,704)=0,2248**
30	0,286	2 238-1 197=1 041	298	**0,2248 x (1-0,535)=0,1041**

Age révolu x	Probabilité de se marier (quotient) xNx	Nombre de célibataire Cx	Nombre de mariages de table 5bx	Probabilité de rester célibataire dans l'intervalle d'âge
35	0,169	743	126	**0,1041 x (1-0,286)=0,0743**
40	0,095	617	59	**0,0743 x (1-0,169)=0,0617**
45	0,063	558	35	**0,0617 X(1-0,095) =0,0559**
50		532	Σ=9 477	**0,0559 x (1-0,063)=0,0524**

Probabilité de se marier avant l'âge 50 ans = 9 477 /10000= 0,9477

Age moyen de primo-nuptialité

AMPN = n/2+(∑x* gf)/∑ gf

=2,5+ (∑x*5bx)/ ∑5bx = 22,56 ans

Célibat définitif 10 000 – 9 477 = 532 => (532/10 000) * 100% = 5,23%

TABLES DE MORTALITÉ

Suivre une génération réelle d'individus tout au long de son existence ou sur une période de temps déterminée est appelée "analyse longitudinale" par contraste avec "l'analyse transversale", qui consiste à étudier les caractéristiques d'une population à un moment donné.

Nul ne sait ni le jour ni l'heure de sa mort. Cette évidence individuelle n'est plus pertinente si nous nous intéressons non à telle personne, mais à une collectivité assez nombreuse. Alors jouent les compensations entre ceux qui succombent à des accidents prématurées et ceux qui échappent quasi miraculeusement aux pires dangers. Nous pouvons alors décrire la façon dont est payé globalement le tribut à la mort en considérant un grand nombre d'enfants nés la même année et en précisant, grâce aux données de l'état civil, comment leur effectif diminue peu à peu pour un jour s'annuler.

Un tel ensemble de conscrits est appelé par les démographes une "cohorte". Considérons donc la cohorte des béninois nés une année. Chaque année nous pouvons, en regroupant les indications de l'état civil, calculer le nombre de ceux qui sont décédés dans la cohorte.

Représentons par d_a le quotient du nombre des décès entre les anniversaires a et a+1 par l'effectif initial de la cohorte.

Remarque : Nous allons dans ce qui suit définir les bases des probabilités nécessaires au calcul actuariel. En effet, les mathématiques actuarielles réunissent le calcul financier et le calcul des probabilités. Le paiement d'un capital n'est plus certain et dépend par exemple de la survie d'une personne.

La suite des ces nombres contient la totalité de l'information nécessaire pour étudier la mortalité de cette cohorte.

Nous pouvons en déduire la proportion d'entre eux survivant à l'âge *a*:

$$S_a = 1 - d_0 - d_1 - d_2 - \ldots - d_{a-1}$$

Nous pouvons également caractériser l'intensité de la mortalité à chaque âge en divisant le nombre des décès entre les âges *a* et *a*+1 par le nombre de survivants. Ce nombre est alors appelée le "quotient de mortalité":

$$q_a = \frac{S_a - S_{a+1}}{S_a} = \frac{D_a}{S_a}$$

La liste âge par âge de ces trois paramètres *d*, *S*, et *q* est la "table de mortalité" de la cohorte étudiée. Le tableau ci-dessous en donne le résumé pour les âges multiples de 5.

Âge a	Survivants S_a	Décès de l'âge a à a+5 $S_a - S_{a+5}$	Probabilité des décès $q_a = \frac{S_a - S_{a+5}}{S_a}$
0	1000	228	0,228
5	772	13	0,017
10	759	9	0,012
15	750	23	0,031
20	727	23	0,032
25	704	20	0,028
30	684	21	0,031
35	663	25	0,038
40	638	29	0,045
45	609	26	0,043
50	583	36	0,062
55	547	47	0,086
60	500	62	0,124
65	438	78	0,178
70	360		

Le tableau ci-dessus est donc un exemple d'analyse longitudinale.

Choisissons au hasard dans ce tableau le nom d'un enfant inconnu dans la liste des naissances de l'année X. La grande question lors de cette naissance était : combien d'années vivra-t-il ? Aujourd'hui, nous sommes en mesure de répondre rétroactivement à cette question, tout au moins en évoquant des probabilités, car nous connaissons la table de mortalité de cette cohorte.

Si la seule information dont nous disposons aujourd'hui à propose de cet enfant est le fait qu'il est né en X, nous pouvons déclarer que la probabilité qu'il ait été encore vivant à l'âge de 5 ans est égale à 0.772, à l'âge de 50 ans de 0.583. Autrement dit que la probabilité pour qu'il soit mort avant 5 ans est égale à 0.228.

Si nous désignons aujourd'hui un individu inconnu sur la liste de ceux qui ont été incorporés au cours de l'année X+20 à l'âge de 20 ans, nous pouvons de même calculer les probabilités des diverses durées de sa vie, mais nous avons une information supplémentaire : il était encore vivant à 20 ans, il a évité les risques de mort avant cet âge. La probabilité qu'il atteigne alors l'âge de 50 ans est devenue :

$$ {}_{30|}p_{20} = \frac{S_{50}}{S_{20}} = \frac{0.583}{0.727} = 0.802 $$

Donc la probabilité pour une personne d'âge *a* d'être en vie à l'âge *a*+n est égal à :

$$ {}_{n|}p_a = \frac{S_{a+n}}{S_a} $$

La probabilité pour une personne d'âge *a* de décéder entre l'âge *a* et *a*+*n* est logiquement donnée par:

$$ {}_{n|}q_a = \frac{S_{a+n} - S_{a+n+1}}{S_a} = \frac{D_{a+n}}{S_a} $$

Ainsi à chaque âge nous pouvons donner la loi de la variable "durée encore à vivre". Cette loi peut être résumée en indiquant son espérance. Un calcul immédiat permet d'en donner la valeur à chaque âge en fonction de la table de mortalité.

Cet enfant qui vient de naître, quelle est son espérance de vie ? Pour répondre, il faudrait connaître la table de mortalité de sa génération. Voyons comment calculer l'espérance de vie. Pour cela considérons un homme en vie lors de son *a*-ème anniversaire. Le nombre d'années qui lui reste à vivre est une variable aléatoire dont nous pouvons calculer l'espérance mathématique. En négligeant les fractions d'années, cette espérance peut s'écrire :

$$
\begin{aligned}
E(a) &= 0 \cdot {}_{0|}q_a + 1 \cdot {}_{1|}q_a + 2 \cdot {}_{2|}q_a + \ldots \\
&= \frac{1}{S_a}\left(0 \cdot D_a + 1 \cdot D_{a+1} + 2 \cdot D_{a+2} + \ldots\right) \\
&= \frac{1}{S_a}\left[0 \cdot (S_a - S_{a+1}) + 1 \cdot (S_{a+1} - S_{a+2}) + 2 \cdot (S_{a+2} - S_{a+3}) + \ldots\right] \\
&= \frac{1}{S_a}\left[S_{a+1} - S_{a+2} + 2S_{a+2} - 2S_{a+3} + \ldots\right] \\
&= \frac{1}{S_a}\left[S_{a+1} + S_{a+2} + S_{a+3} + \ldots\right] \\
&= \frac{1}{S_a}\sum_{n=1}^{\dagger} S_{a+n}
\end{aligned}
$$

Si *a* est pris comme étant égal à zéro, les démographes parlent de EDVN (espérance de vie à la naissance).

Le calcul de l'espérance de vie peut être établi à partir d'une table de mortalité qui comprend les éléments suivants :

- **l(x) ou Sx : survivants aux âges exacts ;**
- **L(x) : nombre total d'années vécues par les individus dans l'intervalle d'âge considéré ;**
- **T(x) : nombre total d'années que les survivants d'âge exact x ont encore à vivre ;**
- **e(x) : Espérance de vie à l'âge x**

La table de mortalité est construite à partir d'un effectif théorique à la naissance, en général une puissance de 10 (1000 ; 10 000 ; 100 000) appelé racine de la table.

En utilisant les probabilités de décès **qx** ou px et le nombre de survivants (**lx** ou**Sx)** à l'âge x, on peut calculer à chaque âge x :

- Le nombre de décès entre l'âge x et l'âge x+1 : **Sx*qx ;**
- Les survivants à l'âge x+1 : S x+1 = Sx – dx

On calcule le nombre total des années vécues par tous les membres de la génération <u>en supposant que les personnes décédées entre l'âge x et l'âge x+1 ont vécu en moyenne une demi-année</u>.

Le nombre total d'années vécues est donc pour les personnes décédées pendant :

- leur première année : 0,5(S0 – S1) ;
- leur deuxième année : 1,5(S1 – S2) ;
- leur troisième année : 2,5(S2 – S3) ;
- leur quatrième année : 3,5(S3 – S4) ;
- leur cinquième année : 4,5(S4 – S5) ;
- leur sixième année : 5,5(S5 – S6)

Le total des années vécues pour l'ensemble de la génération est :

A=0,5S0 + S1 +S2 + S3 + S4 + S5 + S6

L'espérance de vie **<u>à la naissance</u>** est :

$$e_0 = \frac{0,5S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + \cdots}{S_0}$$
$$= 0,5 + \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + \cdots}{S_0}$$

Espérance de vie

La durée de vie étant une variable aléatoire, la question que l'on se pose de façon indirecte, est de savoir combien de temps peut-on espérer vivre en moyenne avant de mourir ? L'espérance de vie est utilisée pour caractériser la mortalité indépendamment de la structure par âge. Elle peut être calculée à partir d'une table de mortalité.

L’espérance de vie à la naissance est le nombre moyen d’années restant à vivre à un nouveau-né si les conditions de mortalité, qui existent au moment de sa naissance, ne se modifient pas.
L’espérance de vie à un âge donné est le nombre moyen d’années restant à vivre après avoir atteint cet âge, si les conditions de mortalité ne se modifient pas.
En d’autres termes :

L’espérance de vie à la naissance **ou durée moyenne de vie**, est la moyenne des **âges au décès** d’une génération.

C’est un indice synthétique de mortalité.

L’espérance de vie **à l’âge x** est :

$$e_x = \frac{S_{x+1} + S_{x+2} + S_{x+3} + S_{x+4} + S_{x+5} + S_{x+6} + \cdots}{S_x}$$

Calculer l’espérance de vie à la naissance d’une génération par exemple revient à calculer le nombre moyen d’années que pourrait vivre cette génération qui subirait tout au long de sa vie les risques de décès par âge d’une table de mortalité.

Ceci revient à calculer un âge moyen au décès en partant de la table.

Pour calculer une telle espérance de vie, on multiplie les décès par la moitié des âges vécus.

L’espérance de vie à la naissance n’est pas la même chose que l’espérance de vie à un certain âge.

Construction d’une table de mortalité à partir des taux de mortalité : conversion des taux en quotients

Soit mx* est les taux de mortalité à l’âge « x » observés dans une population. Supposons que les taux de mortalité par âge et les taux de mortalité de tables sont à peu près égaux, alors

$${}_1m_x = \frac{{}_1d_x}{{}_1L_x}$$

Sachant que ${}_1L_x = 0,5 \cdot \left(S_x + S_{x+1}\right)$, on a :

$${}_1m_x = \frac{{}_1d_x}{0,5 \cdot (S_x + S_{x+1})}$$

et en divisant le numérateur et le dénominateur de l’équation de l’expression précédente par S_x on obtient, la formule de conversion d’un quotient en taux

$$
\begin{aligned}
{}_1m_x &= \frac{{}_1d_x / S_x}{0,5 \cdot (S_x / S_x + S_{x+1} / S_x)} \\
&= \frac{2 \times {}_1q_x}{1 + {}_1p_x} \\
&= \frac{2 \times {}_1q_x}{1 + (1 - {}_1q_x)}
\end{aligned}
$$

On obtient la formule de conversion d'un quotient en taux :

$$
{}_1m_x = \frac{2 \times {}_1q_x}{2 - {}_1q_x}
$$

Ou encore

$$
{}_1q_x = \frac{2 \times {}_1m_x}{2 + {}_1m_x}
$$

On peut ensuite utiliser l'équation précédente pour démarrer la construction d'une table de mortalité à partir des taux de mortalité fournis par la statistique démographique.

<u>Notes Pour Analyse Transversale</u>

Le quotient de mortalité à un âge donné mesure la probabilité qu'ont les personnes survivantes à cet âge de décéder avant d'atteindre l'âge suivant.

Les quotients de l'année n peuvent être calculés par âge atteint dans l'année ou par âge en années révolues au décès.

Le quotient de mortalité à l'âge x .est obtenu en rapportant le nombre des décès *D*(x, n) intervenus l'année n de personnes de la génération née en n - x à l'effectif de cette génération au 1er janvier de l'année n .

Chapitre 3 : Méthode d'analyse transversale

La méthode démographique d'analyse transversale est une approche d'analyse consistant à étudier un phénomène démographique à un moment donné. On l'appelle encore l'analyse du moment.

3.1. Principes de l'analyse démographique transversale

1er principe

L'analyse démographique transversale a pour principe d'observer et d'analyser simultanément au cours d'une année donnée toutes les générations composant une population donnée. Ainsi, l'analyse procède à identifier, à enregistrer les évènements démographiques affectant des individus à différents âges dans la population considérée au cours de l'année d'étude. Le principe d'analyse est basé sur une cohorte fictive au sein de laquelle les différents évènements enregistrés aux différents âges de la population sont supposés enregistrés entre différents anniversaires de cette cohorte fictive. Du coup, les différents indicateurs démographiques (intensité, calendrier, taux, quotients, etc.) sont calculés et sont considérées comme des indicateurs transversaux ou indicateurs du moment pour le phénomène démographique étudié.

Le principe consiste, lorsque les évènements sont répartis aux différents âges, et c'est souvent le cas, est de faire une hypothèse de répartition uniforme des évènements à chaque âge, c'est-à-dire, dans chaque carré du diagramme de Lexis correspondant à chacun des âges de la population étudiée au cours de l'année d'étude. Dans ce cas, dans chaque carré, le nombre total d'évènements est divisé par deux (2) pour obtenir le nombre d'évènements correspondants à chacun des deux triangles des deux (02) générations de cet âge au cours de l'année d'étude dans la population.

2ème principe

Un autre principe de l'analyse transversale est qu'elle suppose une indépendance entre les deux générations consécutives d'un même âge au cours de l'année d'étude. Autrement dit, les comportements des individus d'une génération n'affectent ou n'influencent aucunement ceux des individus de l'autre génération par rapport au phénomène démographique étudié.

3ème principe

Enfin, l'analyse transversale formule une hypothèse de continuité entre deux générations consécutives d'une population à un âge donné et au cours d'une année donnée. Cette hypothèse suppose qu'à un moment donné, les comportements d'individus de générations consécutives sont identiques à chaque âge.

L'ensemble de ces hypothèses permettent de calculer les indicateurs démographiques relatifs aux différents âges de l'année et de les considérer comme les indicateurs d'une cohorte fictive, obtenus entre différents anniversaires de cette cohorte. Les indicateurs transversaux ou indicateurs de l'analyse transversale sont ainsi calculés une fois la racine de cette cohorte fictive retenue.

Rappelons que la racine de la cohorte fictive est une puissance de 10 et constitue l'effectif de départ ou l'effectif initial de cette cohorte.

Très généralement, on va calculer l'intensité et le calendrier du phénomène considéré.

3.2. Analyse transversale de la fécondité

La fécondité est l'étude de la fréquence d'apparition des naissances chez les femmes en âge de procréer. L'analyse transversale de ce phénomène consiste à calculer les fréquences des naissances enregistrées aux différents âge des femmes en âge de procréer dans une population au cours d'une année donnée. Conventionnellement, ces âges sont compris entre le 15ème et le 50ème anniversaire.

Si l'on désigne par $f(x, x+1)$, l'intensité ou fréquence des naissances entre x et $x+1$, l'analyse transversale de la fécondité amène à calculer l'intensité de la fécondité dans la population au cours de l'année d'étude. Cette intensité est la somme transversale des intensités aux différents âges. Il est dénommé Indice Synthétique de Fécondité (ISF) ou Indice Conjoncturel de Fécondité (ICF), obtenu par la formule,

$$ISF = ICF = \sum_{x=15}^{49} f(x, x+1)$$

Plutôt que de calculer seulement les fréquences ou intensités de naissances aux différents âges, on peut calculer les taux de fécondité par âge ou groupe d'âge.

On rappelle que le taux de fécondité à un âge x est noté ${}_1t_x$. Il est exprimé en pour mille (0/00).

${}_1t_x = \frac{N(x,x+1)}{F_x} * 1000$ et ${}_5t_x = \frac{N(x,x+5)/5}{F_x}$

$$ISF = ICF = \frac{1}{1000} \sum_{x=15}^{49} {}_1t_x = \frac{1}{1000} * 5 \sum_{x=15}^{45} {}_5t_x$$

L'ISF mesure le nombre moyen d'enfants par femmes en âge de procréer dans une population donnée au cours d'une année civile donnée. C'est donc l'équivalent de la descendance finale (D_{50} ou D_f) dans une cohorte. C'est l'intensité de la fécondité... Autrement dit, le nombre moyen par femme dans une génération au 50ème anniversaire. Cet indice permet de calculer deux (02) autres indices : le Taux Brut de Reproduction (TBR) et le Taux Net de Reproduction (TNR).

Le Taux Brut de Reproduction est le produit de l'ISF par le taux de féminité dans une population. C'est un indice individuel qui mesure le remplacement brut d'une population.

$TBR = \frac{t_f * ISF}{100}$. Conventionnellement, t_f =48,8% ; donc $TBN = 0,488 * ISF$

Le TBR est un indice de remplacement démographique tel que, Si $TBR \geq 2{,}5$, le remplacement brut de la population est assuré

Si $TBR = 2{,}5$, la population est stationnaire

Si $TBR \leq 2{,}5$, il y a extinction, la population amorcé son extinction

Le TNR est une correction du TBR es tenant compte de la mortalité des femmes en âge de procréer. Il s'obtient en multipliant le taux brut par le quotient de survie. Cette probabilité est souvent désignée par δ et on a :

$$TNR = \delta * TBR$$

Si $TRN \geq 1{,}5$, on dit que les mères assurent leur remplacement par leur propre fille.

3.3. Analyse transversale de la natalité

Rappelons que la natalité, c'est l'étude de la fréquence d'apparition des naissances dans une population. L'indice transversal de la natalité est le taux brut de natalité. Il mesure le nombre de naissance pour 1000 habitants dans une population au cours d'une année donnée ; c'est donc le produit de l'ISF par 1000.

$$TBN = 1000 * ISF = 1000 * ICF = \frac{1}{P_m} * \sum_{x=15}^{49} {}_1t_x * F_x = \frac{1}{P_m} * 5 \sum_{x=15}^{45} {}_5t_x * F_x$$

Si l'on ne dispose que des fréquences des naissances aux différents âges, alors,

$$TBN = 1000 * \frac{1}{P_m} * \sum_{x=15}^{49} f(x, x+1) * F_x$$

3.4. Analyse transversale de la mortalité

De la même manière que pour la fécondité, on calcule des taux de mortalité. Puis que la mortalité affecte les individus à tous les âges de leur vie, l'analyse transversale concerne toute la population. C'est-à-dire de la naissance (âge ou anniversaire 0) jusqu'au décès.

Il y a plusieurs analyses transversales de la mortalité puis que la mortalité, en Démographie, a plusieurs composantes.

3.4.1. Mortalité générale

C'est la mortalité à tous les âges de la vie. Son indicateur est le Taux Brut de Mortalité Générale. Il s'obtient par la somme transversale des taux de mortalité par âge. Il est noté TBM tel que

$$TBM = \frac{1}{P_m} \sum_{x=0}^{w-1} {}_1t_x * F_x = \frac{1}{P_m} \sum_{x=0}^{w-1} 5 * {}_5t_x * F_x$$

Remarque : **Taux d'accroissement naturel d'une population**

C'est la différence entre le Taux Brut de Natalité et le Taux Brut de Mortalité. Il est exprimé en pour cent (%) et est généralement noté a et on a :

$$a = {}^{(TBN - TBM)}/_{10}$$

Exercice : Montrer que $TBN = \frac{\sum_x N_x}{P_m}$ et $TBM = \frac{\sum_x d_x}{P_m}$ puis $a = \frac{\sum_x N_x - \sum_x d_x}{P_m}$

$P_m = \frac{1}{2}(P_0 + P_1)$ avec

De la même manière que pour la mortalité générale et la natalité, on peut effectuer l'analyse transversale des migrations et on calcule les taux d'immigration et d'émigration par âge, puis les taux bruts d'immigration et d'émigration ainsi que le taux d'accroissement migratoire moyen annuel.

$$TBI = \sum_{x=0}^{w-5} TI(x, x+1) = \sum_{x=0}^{w-5} 5 * TI(x, x+5)$$

$$TBE = \sum_{x=0}^{w-5} TE(x, x+1) = \sum_{x=0}^{w-5} 5 * TE(x, x+5)$$

Avec $TI(x, x+1) = \frac{I(x,x+1)}{P_x} * 1000$ et $TE(x, x+1) = \frac{E(x,x+1)}{P_x} * 1000$

Taux d'accroissement migratoire moyen annuel

$$i = {}^{(TBI - TBE)}/_{10} = \frac{\sum_x (TI_x - TE_x)}{P_x}$$

3.4.2. Mortalité infantile

La mortalité infantile est la mortalité d'un enfant avant son premier anniversaire. On l'appelle encore mortalité de la première année de naissance. L'indicateur de la mortalité infantile et le Taux de Mortalité Infantile (TMI). Il s'exprime en pour mille (0/00). C'est le rapport du nombre total de décès des enfants de moins d'un (1) an dans une population au cours d'une année civile par l'effectif total des naissances enregistrées dans cette population au cours d'une année civile.

Si le nombre total de décès d'enfant âgés de moins d'un an au cours de l'année d'étude est noté d(0,1) et N, le nombre total de naissance au cours de cette année,

$$TMI = \frac{d(0,1)}{N} * 1000 = \frac{d(0,1)}{S_0} * 1000$$

Le taux de mortalité infantile est un indicateur du niveau de développement, non seulement sanitaire ou épidémiologique d'un pays, mais également de développement général de ce pays. Selon les objectifs d'analyse de la composante infantile de la mortalité, on mesure la mortalité périnatale (décès après au plus une semaine de naissance) et la mortalité néo-natale (décès au plus dans les deux mois suivant la naissance).

Remarque : La mortalité maternelle est l'étude de la fréquence d'apparition des décès maternels dans une population. Le décès maternel est le décès d'une femme enceinte, ou dans les 42 ou 60 jours suivant un accouchement. L'indicateur de mortalité maternel est le Taux de Mortalité Maternel (TMM). Ce taux est le rapport du nombre total de décès maternels dans une population au cours d'une année donnée par l'effectif totale des naissances vivantes enregistrées dans cette population au cours de cette année. Il est exprimé en pour cent mille ($0/_{0000}$).

$$TMM = \frac{Effectif\ des\ décès\ maternels\ d'une\ année}{Naissance\ totale\ de\ l'année} * 100\,000$$

3.4.3. Mortalité juvénile

Le décès juvénile est le décès d'un individu entre son 1^{er} et son $5^{ème}$ anniversaire. La mortalité juvénile est ainsi, l'étude de la fréquence d'apparition des décès juvéniles dans une population au cours d'une année civile. L'indicateur de mesure de ce phénomène est le Taux de Mortalité Juvénile. C'est le rapport de l'effectif total des décès juvéniles dans une population au cours d'une année civile donnée par l'effectif total des jeunes, c'est-à-dire des individus du groupe d'âge 1-4 ans révolus dans cette population au cours de cette année civile.

$$TMJ = \frac{d(1,5)}{P_{1-4}} * 1000$$

Cet indicateur est calculé lorsqu'on s'inscrit dans une approche d'analyse différentielle de la mortalité des enfants de moins de cinq (05) ans dans une population.

3.4.4. Mortalité infanto-juvénile

Le décès infanto-juvénile est le décès d'un enfant avant son $5^{ème}$ anniversaire. Du coup, la mortalité infanto-juvénile est la mesure de la fréquence d'apparition des décès dans une population avant le $5^{ème}$ anniversaire. L'indicateur de mesure est le taux de Mortalité Infanto-Juvénile (TMIJ) C'est le rapport de l'effectif des décès de moins de 5 ans sur l'effectif total.

$$TMIJ = \frac{Effectif\ de\ décès\ de\ moins\ de\ 5\ ans}{Effectif\ total\ des\ enfant\left(ie\ moins\ de\ 5\ ans\right)}$$

$$TMIJ = \frac{d(0,5)}{P_{0-4}}$$

NB : Tout comme en analyse longitudinale, dans une analyse transversale de phénomènes auxquels sont associés des évènements démographiques non renouvelables, on établit la table démographique du moment. Ces tables permettent d'établir le calendrier du moment (évidemment également l'intensité du moment).

Exemple :

Exemple la mortalité. La table démographique de la mortalité permet de déterminer l'espérance de vie à la naissance

TRAVAUX DIRIGES

Exercice 0

Donnez une réponse exacte aux différents énoncés ci-après :

1. **La démographie est une science ayant pour objet l'étude de :**
   a- Toute population statistique du point de vue de son état et de son évolution
   b- Toute population humaine du point de vue de sa dimension et sa structure
   c- Toute population humaine du point de vue de son état et de son évolution entre deux instants

2. **Les enquêtes par sondage à passage unique utilisent les méthodes d'observation :**
   a- instantanées
   b- instantanées et rétrospectives
   c- rétrospectives
   d- continues

3. **Les enquêtes à passages répétés correspondent à des méthodes d'observation :**
   a- continue
   b- continue et rétrospective
   c- rétrospective et instantanée

4. **Le recensement est une source de données basée sur :**
   a- une observation ponctuelle sur la dimension et la structure des ménages
   b- un enregistrement des informations au fur et à mesure qu'elles sont disponibles
   c- une observation des faits survenus dans les ménages à moment donné
   d- une enquête rétrospective sur les naissances et les décès dans un ménage

5. **En Analyse démographique d'une cohorte scolaire, les déperditions scolaires sont :**
   a- associés au phénomène démographique des redoublements
   b- des faits de population
   c- permettent l'étude du phénomène des abandons scolaires
   d- les émigrations vers d'autres écoles

6. **Un sondage est :**
   a- une enquête rétrospective
   b- une enquête sur un échantillon
   c- une enquête sur un échantillon représentatif
   d- une enquête exhaustive d'une population

7. **En démographie, les avortements sont :**
   e- des événements démographiques
   f- des faits de population
   g- des phénomènes démographiques
   h- des événements qui peuvent arriver dans la vie d'une femme

8. **Une cohorte, en démographie, est :**
   a- un ensemble d'individus ayant vécu un même événement démographique dans une période
   b- un ensemble d'individus nés au cours d'une même année civile

c- un ensemble d'individus ayant vécu le même événement démographique dans une année civile
d- un ensemble d'individus nés ou mariés au cours d'une même année civile

9. En Analyse démographique de la scolarisation, les déperditions scolaires sont :
a- associés au phénomène démographique des redoublements
b- des faits de population
c- permettent l'étude du phénomène des abandons scolaires
d- les redoublements scolaires et les abandons du système éducatif

10. Un phénomène démographique est :
a- Une étude de la fréquence des événements démographiques identiques dans une population
b- Une étude de la fréquence d'apparition d'événements de même nature dans une population
c- Une étude de la fréquence des événements démographiques de même nature dans une population
d- Une fréquence d'apparition des événements renouvelables ou non dans une cohorte

11. La fécondité est :
a- la fréquence des naissances dans une population
b- l'étude de la fréquence des naissances dans une population
c- l'étude de la fréquence des naissances au sein des femmes en vie génésique
d- l'étude de la fréquence des naissances au sein des femmes en vie féconde

12. La natalité est :
a- l'étude du nombre d'apparition des naissances dans une population
b- l'étude de la fécondité d'une population
c- l'étude de la fréquence des naissances au sein des femmes d'une population
d- l'étude des naissances des hommes ou des femmes dans une population

13. En Analyse démographique de la santé, les avortements sont :
a- des événements démographiques
b- des faits de population
c- des phénomènes démographiques
d- des événements qui peuvent arriver dans la vie d'une femme

14. Un diagramme de Lexis :
a- permet de placer les évènements dans les cohortes
b- permet de représenter graphiquement les évènements démographiques dans un plan
c- est un plan orthogonal normé pour situer les données démographiques dans le temps et dans l'espace

15. Dans un diagramme de Lexis, les évènements d'une génération l'année de naissance sont :
a- dans un premier triangle correspondant à 0 an révolu
b- dans le premier parallélogramme vertical correspondant à 0 an révolu
c- dans tout premier triangle correspondant à 0 ans révolu

16. La morbidité est :

a- la fréquence des décès dans une population
b- l'étude de la fréquence des maladies dans une population
c- l'étude de la fréquence des maladies et des décès dans une population
d- la fréquence des maladies dans une population au cours d'une période d'observation

17. Un âge révolu est :

a- l'âge à l'anniversaire au cours de l'année
b- l'âge atteint au cours de l'année avant le prochain anniversaire
c- l'âge au dernier anniversaire
d- l'âge au dernier anniversaire plus un

18. En analyse de la main-d'œuvre et de l'emploi, le chômage est :

a- un évènement démographique
b- une variable démographique
c- un évènement démographique et une variable démographique
d- un phénomène socioéconomique

19. Une variable démographique est :

a- un évènement démographique qui varie d'un individu à un autre
b- un caractère statistique dans la population étudiée
c- une caractéristique commune des individus de la population étudiée
d- une variable qualitative et quantitative dans la population étudiée

20. En analyse de la main-d'œuvre et de l'emploi, :

a- le chômeur est toute personne active qui recherche un emploi
b- le chômeur est tout diplômé qui recherche le premier emploi
c- le statut d'occupation des actifs est une variable démographique
d- la date d'entrée sur le marché de l'emploi est un indicateur du statut d'emploi

21. La population scolarisable dans un pays est :

a- l'ensemble des enfants de moins de 15 ans dans ce pays
b- l'ensemble des enfants ayant l'âge règlementaire d'être à l'école
c- l'ensemble des enfants scolarisés dans le pays
d- l'ensemble des enfant d'âge scolaire, scolarisés

22. Les étudiants inscrits dans un programme au cours d'une même année académique :

a- forment une promotion
b- forment une génération d'étudiants du programme
c- forment une cohorte scolaire
d- forment une promotion ou une cohorte scolaire

Exercice 1

Dans une génération fermée l'accroissement démographique au cours d'une période annuelle est de 617 000 individus avec un taux de féminité de 51% et un effectif moyen annuel de la population de 4 002 327. Si l'on dénombre 480 naissances pour 100 décès au cours de cette année, déterminer :

1. Le taux brut de natalité

2. Le solde naturel
3. Le nombre de naissances féminines au cours de l'année d'observation
4. L'effectif de la population en fin d'année d'observation
5. Le nombre total de décès au cours de l'année

Exercice 2

Lors d'une étude des individus nés en 1957 dans un pays où tous les mois sont de 30 jours, on veut déterminer, le 17 juin 2016, l'âge des individus nés le 13 août 1957. Quel est leur âge ;

1. Exact
2. Révolu
3. En différence de millésime

Exercice 3

Le tableau ci-après fournit les survivants d'une génération dans une région du Sénégal où l'espérance de vie au 5ième anniversaire est de 61,5 ans.

Age exact	Survivant	Décès
0	1000	210
1	-	160
2	-	81
3	-	24
4	-	12
5	-	

1. Estimer l'effectif de la population à 3 ans révolus si les décès sont survenus linéairement entre les 3ème et 4ème anniversaires
2. Estimer le nombre de décès survenu à 3 ans révolus.
3. Calculer la probabilité de décéder entre le 1er et le 4ème anniversaire.
4. Calculer la probabilité de décéder au cours de l'année de naissance
5. Quelle est la probabilité de décéder après le 5ième anniversaire ?
6. Déterminez le temps total de survie dans la génération après le 5ième anniversaire
7. Quelle est l'espérance de vie à la naissance
8. Déterminez l'élément du calendrier entre le 2ième et le 3ième anniversaire

Exercice 4

Dans une population de 21317 femmes on enregistre 19459 mariages au 50ième anniversaire. 81% de ces femmes mariées ont pu avoir au moins une naissance vivante au cours de leur vie génésique et le nombre moyen de naissances par femme dans cette population est 2,3. Déterminez :

1. Le taux Global de Fécondité Générale (TGFG)
2. L'intensité de la fécondité tout rang confondu au sein des femmes mariées
3. Le taux de célibat définitif

4. Le taux d'infécondité chez les femmes mariées
5. Le nombre total de naissances masculines si le rapport de masculinité à la naissance est 103
6. L'intensité de la fécondité de rang 1
7. Le nombre total de naissances de rang2 ou plus
8. Le taux de féminité à la naissance tout rang confondu
9. Le nombre de décès avant un an si le taux de mortalité infantile est 98‰

Exercice 5

Dans une population on enregistre 20905 naissances (sans jumeaux ni naissances multiples) au sein des femmes âgées de 30–34 ans révolus. Sachant que l'effectif des femmes de ce groupe d'âge est de 3178, calculez :

1. Le taux de fécondité à 33 ans dans cette population.

On suppose qu'au cours de cette période d'observation, on enregistre 175 décès de femmes enceintes et 377 décès de femmes pendant les 3 semaines après un accouchement.

2. Calculer le nombre de décès maternels au cours de cette année
3. Déterminer le taux de mortalité maternelle dans ce groupe d'âge au cours de cette année ?
4. Calculer le taux de fécondité pour tout ce groupe d'âges 30-34 ans révolus
5. Déterminez le nombre total moyen de naissances par femme entre le 30ème et le 35ème anniversaire.

Exercice 6

Le tableau ci-après fournit les survivants d'une génération dans une région du Sénégal

Age exact	Survivant	Décès
0	1000000	210 000
1	790000	159580
2	630420	81320
3	549100	23610
4	525490	12090
5	513400	

1. Estimer l'effectif de la population âgée de 3 ans révolus si les décès sont survenus linéairement entre les 3ème et 4ème anniversaires
2. Estimer le nombre de décès survenu à 3 ans révolus.
3. Calculer la probabilité de décéder entre le 1er et le 2ème anniversaire.
4. Calculer la probabilité de décéder à l'année de naissance
5. Quelle est la probabilité de décéder après le 5^{ième} anniversaire ?

Exercice 8

Dans une promotion de 17685 mariages féminins, 10% de mariées ont eu leur première naissance au cours de la première année de mariage. Pendant 16 années d'observation, la femme ayant eu le plus d'enfant en a eu 4 et 1203 femmes ont pu avoir au moins une

naissance vivante parmi lesquelles 903 ont eu deux enfants ou plus et 395 ont eu plus de trois enfants.

Si la probabilité d'avoir un troisième enfant, alors qu'on en a déjà 2 est de 80%, déterminer le nombre total de naissances de rang 3

1. Quelle est la probabilité d'avoir un $4^{\text{ième}}$ enfant alors qu'on en a déjà 3
2. Déterminer la probabilité d'une $2^{\text{ième}}$ naissance alors qu'on en a déjà 1
3. Quelle l'intensité de la fécondité de rang 1 à l'issue des 16 années de mariage
4. Déterminer le nombre total de naissances à l'issue des 16 ans de mariage dans la promotion
5. Déterminer le taux d'infécondité primaire au bout de 16 années de mariage
6. Calculer la probabilité de n'avoir que trois enfants au cours des 16 années de mariage

Exercice 9

Dans une promotion de 17685 mariages féminins, 15% de mariées ont eu leur première naissance au cours de la première année de mariage. Pendant 16 années d'observation, la femme ayant eu le plus d'enfant en a eu 5 et 12503 femmes ont pu avoir au moins une naissance vivante parmi lesquelles 9204 ont eu deux enfants ou plus et 3195 ont eu plus de trois enfants.

Si le taux d'infécondité secondaire après la naissance de rang 2 est de 50%, déterminer le nombre total de naissances de rang3

1. Déterminer la probabilité d'une $2^{\text{ième}}$ naissance alors qu'on en a déjà 1
2. Quelle l'intensité de la fécondité de rang1 à l'issue des 16 années de mariage
3. Déterminer le taux d'infécondité primaire au bout de 16 années de mariage
4. Calculer la probabilité de n'avoir que deux enfants au cours des 16 années de mariage
5. Calculer le taux d'infécondité primaire

Les femmes de parité supérieure à 3 ont eu en moyenne 4,3 enfants. Quel est le nombre total de naissances de rang 4 ou plus ?

6. Quel est le nombre de naissances de rang 4 ?
7. Combien de femmes ont eu 5 enfants ?

Exercice 10

Dans une génération fermée l'accroissement démographique au cours d'une période annuelle est de 617 000 individus avec un taux de féminité de 52% et un effectif moyen annuel de la population de 4 002 327. Si le taux d'accroissement naturel annuel est de 20%, déterminer :

1. Le nombre total de décès enregistré au cours de l'année d'observation
2. Le taux de migration nette
3. Le nombre de naissances féminines au cours de l'année d'observation
4. Le taux d'accroissement général de la population
5. Quel est l'effectif de la population en début d'observation

Exercice 11

Dans une promotion de 17685 mariages féminins, 15% de mariées ont eu leur première naissance au cours de la première année de mariage. Pendant 16 années d'observation, la femme ayant eu le plus d'enfant en a eu 5 et 12503 femmes ont pu avoir au moins une naissance vivante parmi lesquelles 9204 ont eu deux enfants ou plus et 3195 ont eu plus de trois enfants.

Si le taux d'infécondité secondaire après la naissance de rang 2 est de 50%, déterminer le nombre total de naissances de rang 3

1. Déterminer la probabilité d'une $2^{\text{ième}}$ naissance alors qu'on en a déjà 1
2. Quelle l'intensité de la fécondité de rang1 à l'issue des 16 années de mariage
3. Déterminer le taux d'infécondité primaire au bout de 16 années de mariage
4. Calculer la probabilité de n'avoir que deux enfants au cours des 16 années de mariage
5. Calculer le taux d'infécondité primaire
6. Les femmes de parité supérieure à 3 ont eu en moyenne 4,3 enfants. Quel est le nombre total de naissances de rang 4 ou plus ?
7. Quel est le nombre de naissances de rang 4 ?
8. Combien de femmes ont eu 5 enfants ?